



Popularne gry, takie jak np. warcaby, domino czy chińczyk, wymagają uczestnictwa przynajmniej dwóch graczy. Nie zawsze jednak możemy liczyć na partnera chętnego do gry. W takiej sytuacji partnera zastąpi nam proste urządzenie – „maszyna matema-

tyczna” przystosowana do samodzielnego podejmowania decyzji. Na sąsiedniej stronie zamieszczamy artykuł omawiający ideę gier oraz sposób samodzielnej budowy takiej najprostszej maszyny do gry w kamyki





## MASZYNA PARTNEREM W GRACH

Proponujemy Czytelnikom budowę prostych maszyn matematycznych w postaci urządzeń automatycznie podejmujących decyzję w grze.

Konstruowanie dowolnej maszyny wymaga jasnego wyobrażenia sobie jej funkcji użytkowej. W szczególności, proponowane maszyny zastępują partnera podczas gry, będą wykorzystywać „ideę” wybranej gry i dokonywać czynności logicznych. Budowa maszyny na zasadzie powielania wzoru nigdy nie przyniesie zadowolenia prawdziwemu miłośnikowi techniki, dlatego wydaje się celowe wprowadzenie w nowy dla wielu Czytelników temat. Podkreślamy, że podane w dalszej części artykułu określenia i pojęcia, mające służyć pomocą w konstrukcji, są tylko intuicyjnym przybliżeniem formalnych sformułowań matematycznych.

### Kilka słów o grach

Gry budzą zainteresowanie wielu ludzi od bardzo dawna. Znane są liczne gry, które służyły najczęściej do zabawy. Jedną z najciekawszych, a zarazem najstarszych jest, znana chyba wszystkim, gra w szachy. Istnieje też wiele przykładów innych, już od stuleci znanych gier, jak warcaby, gry w koci, gra w karty.

Zastanówmy się – co to jest gra?

Weźmy dowolną, znaną grę, np. warcaby. Zauważymy bez trudu, że interesy graczy, często zwanych partnerami lub przeciwnikami, są zupełnie przeciwstawne. Każdy z graczy pragnie swego zwycięstwa. Większość gier jest dlatego atrakcyjna i angażuje partnerów, bo daje możliwość odniesienia sukcesu jednemu z graczy i stwarza jednocześnie niepowodzenie dla innych. Taka sytuację nazywamy konfliktem albo dokładniej – konfliktem interesów.

Teoria gier zajmuje się analizą matematycznych modeli sytuacji konfliktowych.

Z punktu widzenia matematyki współczesnej

gra jest matematycznym modelem sytuacji konfliktowej.

Grając w warcaby jasno widzimy przed sobą całą sytuację, śledzimy z uwagą szachownicę oraz postępowanie przeciwnika, analizujemy grę i więdząc o niej „wszystko”, staramy się tak postępować, by uzyskać przewagę nad przeciwnikiem. Podobnie działamy grając w szachy, w domino czy w kółko i krzyżyk.

Gry tego typu noszą nazwę gier z pełną informacją i właśnie nimi będziemy się bliżej zajmować.

Jeżeli gramy w karty, w chińczyka lub w koci, rezultat gry zależy nie tylko od naszego rozumowania. Często sprzyja nam przypadek, zwany szczęściem, innymi razem, przy największym wysiłku umysłu, przegrywamy, bo przesładuje nas pech. Pech i szczęście – to pewne przypadkowe zdarzenie losowe korzystne lub niekorzystne dla gracza. W matematyce istnieje tylko przypadek: nie nie mówimy o „szczęściu” lub „pechu”.

Cechą wspólną obu typów gier jest istnienie pewnych reguł, które określają jednoznacznie zasady danej gry. Reguły gry mówią, jak wolno, jak wini postępować przeciwnicy podczas gry.

Grając w chińczyka stosujemy się do reguł tej gry. Jedną z nich mówi: jeżeli wyrzucisz jedno oczko lub sześć oczek, to możesz wystawić swój pionek. Nie zdarza się podczas gry, żeby któryś z partnerów wystawiał swój pionek po wyrzuceniu innej liczby oczek. Reguły gry są prawem dla graczy, a ich przekroczenie jest równoznaczne z oszustwem.

Zastanówmy się teraz, czy w życiu codziennym występują sytuacje, kiedy dochodzi do konfliktu. Z całą pewnością można zauważyć wiele takich momentów. Niemal codziennie spotykamy określenia: „osobnik wszedł w konflikt z prawem”, „gra nerwow”, „życie jest grą” itp. Ostatnie, niemal przysłowiowe zdanie – życie jest grą – ma znaczenie nie tylko w przenośni, ale i dosłownie.

To stwierdzenie może być zaskakujące dla niektórych Czytelników, matematyce jednak całkiem poważnie traktują życie jako grę. Gra w życie jest grą niezwykle skomplikowaną. Jednym partnerem jest człowiek, a drugim przyroda. Reguły gry są związane ze znanymi prawami przyrody. Ponieważ nie znamy wszystkich praw przyrody, to można zauważyć, że życie nie jest grą z pełną informacją. Walka osobników o byt jest grą. Walka przeciwników w pojedynku, bitwa czy wojna są także grami.

### Analiza gry w kamyki

Gra w kamyki znana jest od tysiącleci jako narodowa gra chińska o dzwicznej nazwie „Czai-szi-czi”: co znaczy – wybieranie kamieni. Można spotkać przeróżne odmiany tej gry jak „Nim”, „Tak-tix” i inne.

Spróbujmy przeanalizować jeden z prostych przypadków gry w kamyki, dla którego będziemy budować maszynę.

#### Reguły gry

Dwóch przeciwników bierze dowolnie liczny zbiór kamyków. Partię rozgrywają według następujących reguł:

1) każdy gracz podczas swego ruchu może wziąć ze zbioru kamyków jeden, dwa lub trzy kamyki,

2) wygrywa ten, kto zmusi przeciwnika do zabrania ostatniego kamienia,

3) pierwszeństwo ruchu ustala umowa między graczami, którzy mogą umówić się także co do liczności zbioru kamyków.

Weźmy np. sześć kamyków. Ustalamy, że gra ze sobą dwóch partnerów: partner A i partner B. Niech pierwszy ruch w grze należy do A (rys. 1).

Jak powinien zagrać A, by wygrać?

Czy może w ogóle wygrać?

Narysujmy wszystkie możliwości pierwszego ruchu A, następnie wszystkie możliwości pierwszego ruchu B itd., aż do zakończenia (rys. 2). Przedstawiony schemat wszystkich możliwych wyborów, w kolejnych ruchach, dla sześciu kamyków daje wyobrażenie o wielkiej liczbie możliwych wyborów dla zbiorów kamieni o większej liczności. Barwne strzałki wskazują korzystną dla A strategię, doprowadzającą w rezultacie do wygrania przez niego partii. (Umówmy się, że w następnych przykładach zamiast rysunków wprowadzimy oznaczenie liczby kamyków przez podanie ich liczby –  $n$ . Wprowadzimy też operator (strzałkę) zmieniający stan gry.

Z rys. 2, widać, że gdyby liczba kamyków

wynosiła  $n = 5$ , partner A, mając obowiązek wykonania pierwszego ruchu, musiałby przegrać przy założeniu, że B dąży do sukcesu. Innym przykładem partii może być partia od stanu  $n = 9$ . Niech pierwszy ruch należy do A (rys. 3).

Przypadek ten jest korzystny dla B, ponieważ, po dowolnym wyborze A, łatwo on osiągnie liczbę kamyków  $n = 5$ , co przy kolejnym wyborze A (także dowolnym) daje B wygraną. Ogólnie można zauważyć, że niekorzystne dla rozpoczynającego grę są stany: 1, 5, 9, ..... natomiast są one korzystne dla tego gracza, który wykonuje ruch jako drugi.

Przy dowolnie licznym zbiorze wskazówka dla rozpoczynającego grę jest następująca:

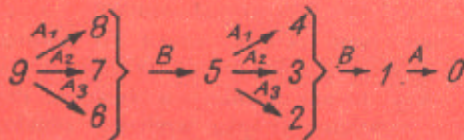
„Jeżeli reszta z dzielenia przez cztery liczby kamieni wynosi jeden, stan wyjściowy gry jest dla ciebie niekorzystny; w przeciwnym razie staraj się w kolejnych ruchach postawić przeciwnika przed takim stanem gry. Następnie, wykonuj ruchy tak, by ilość kamieni, które wziął przeciwnik, w sumie z branymi przez ciebie dawała cztery”.

Powyższa wskazówka jest najlepszą strategią dla danej gry. Zauważmy, że można dla tej gry uogólnić regułę wyboru! Gracze mogą brać w przysługujących im ruchach od jednego do  $k-1$  kamieni, gdzie  $k$  jest liczbą naturalną. Jeżeli resztą z dzielenia przez  $k$  liczby kamieni będzie jeden, w grze przegrywa gracz wykonujący ruch. Np. dla reguły: można brać od jednego do pięciu – występują stany niekorzystne: 1, 7, 13, 19, .... Dla reguły: można brać jeden lub dwa kamienie – stanami niekorzystnymi są: 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, ....

Czytelnicy z pewnością zauważyli, że omówiony typ gry jest grą z pełną informacją. W tej grze brak jakichkolwiek niespodzianek. Od stanu wyjściowego aż do zakończenia partii wiadomo, co się może zdarzyć. W rozpatrywanym przypadku wszystkie stany gry można podzielić na dwa podzbiory. Podzbiór stanów, w których gracz rozpoczynający może zwyciężyć, i podzbiór stanów, w których rozpoczęcie gry musi skończyć się porażką, o ile przeciwnik jest dobrym graczem. Na rys. 4 przedstawiono podział wszystkich stanów gry na dwa podzbiory (tak zwane klasy), klasę stanów wygranych i klasę stanów przegranych dla rozpoczynającego grę, zakładając stosowanie przez przeciwnika strategii optymalnej.

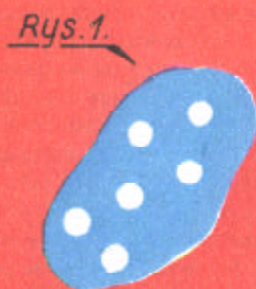
Wszystkie maszyny matematyczne działają według przepisu pozwalającego im realizować określone zadania. Przepis na wykonanie dowolnego zadania przez maszynę musi charakteryzować się absolutną ścisłością i w sposób jednoznaczny określać jej działanie. Taki „idealny przepis po-





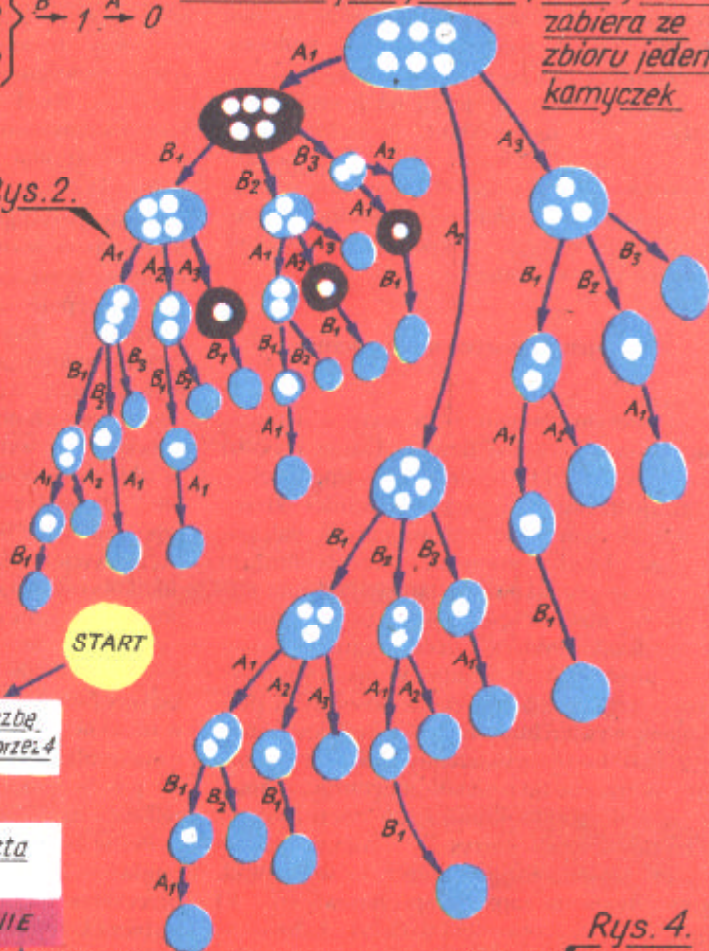
Rys. 3.

Liczba z prawej strony symbolu gracza oznacza wybór gracza np. A1 - gracz A zabiera ze zbioru jeden kamyczek.

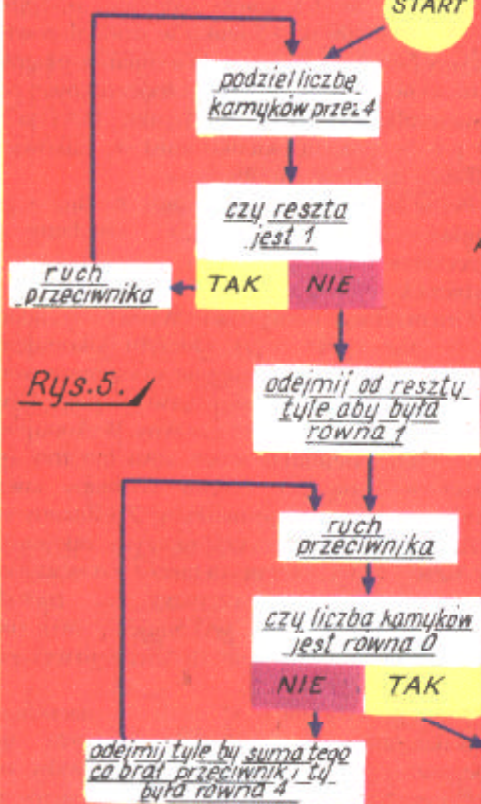


Rys. 1.

Rys. 2.

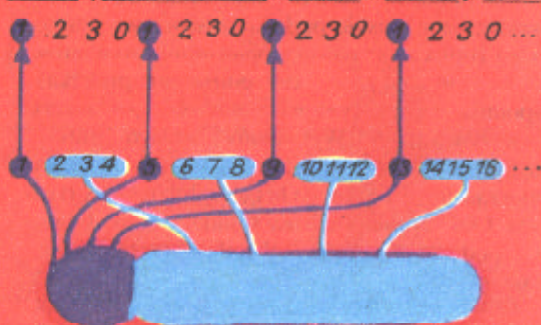


Rys. 4.



Rys. 5.

Reszty z dzielenia (przez 4) liczby kam.



— nie można wygrać } z dobrym przeciwnik.  
 — można wygrać }  
 zbior wszystkich stanów gry

stępowania" matematycy nazwali algorytmem. Rys. 5, przedstawia przepis na omówioną wyżej grę w kamyki. W poszczególnych prostokątach określone są czynności graczącego (może być nim maszyna). Strzałki wskazują kolejność realizacji tych czynności. Przepis ten niezawodnie zapewnia zwycięstwo. Widać, że jeżeli na początku gry występuje stan niekorzystny, grający ustępuje ruchu przeciwnikowi. Ścisłość przepisu nie pozwala na rozpoczęcie gry przy stanie niekorzystnym, ponieważ taki krok mógłby doprowadzić do przegrania partii. Właśnie ścisłość i jednoznaczność różni algorytm od strategii.

### Budujemy maszynę mechaniczną

Zasadniczym elementem maszyny jest tarcza umieszczona obrotowo na osi. Tarczę (rys. 6) wykonamy ze szkła organicznego (metapleks), innego tworzywa sztucznego lub twardej sklejki. Przed wycięciem tarczy wytrasujemy na niej pomocnicze okręgi i promienie, które posłużą do precyzyjnego oznakowania tarczy. Podziału tarczy na szesnastę części dokonamy za pomocą cyrkla i linijki. Podział rozpoczniemy od wystawienia prostokątnych średnic. W punktach przecięcia najmniejszego okręgu z powstałymi promieniami wywiercimy otwory o średnicy 3 mm. W środku tarczy wywiercimy otwór o 6 mm. Cyfry, potrzebne do oznakowania tarczy, wytniemy z dowolnego maszynopisu lub gazety i nakleimy na tarczę zgodnie z rys. 7. Obrót tarczy tylko w jedną stronę, zgodnie z ruchem wskazówek zegara, zapewnia zapadka sprężynowa (rys. 8) współpracująca z otworami w tarczy. Jednocześnie zapadka ustala położenie liczb na tarczy względem okienek do odczytu, wyciętych w przedniej części obudowy maszyny. Na obudowę można wykorzystać płaskie pudełko z tworzywa sztucznego (opłaca się nawet dopasowanie wymiarów elementów maszyny do gotowego pudełka). Spodnia część obudowy utrzymuje osi tarczy i sprężynę zapadki. Wykonamy ją z blachy grubości 0,5 mm (rys. 9a). Wierzchnią część obudowy sporządzimy z twardego brystolu lub tektury (rys. 9b). Obie części obudowy składają się podobnie jak pudełko do mydła. Okienka do odczytu wytniemy dopiero po złożeniu maszyny.

Oś obrotu tarczy wykonamy ze śruby M6 (rys. 10a). Podkładka (rys. 10b) służy do ustalenia dystansu między tarczą a dolną częścią obudowy.

Suwak (rys. 11) służy do okresowego przysłaniania okienka pokazującego napis „Decyzja”.

Gumka modelarska, zaczepiona o szpilkę wtopioną w suwak i przytwierdzona do obudowy, zapewnia samoczynny powrót suwaka. Po wcisnięciu suwaka, wycięcie w nim okienko powinno dokładnie pokrywać się z okienkiem w obudowie. Przesuwnie położenie suwaka względem obudowy umożliwia pasek brystolu, odpowiednio wygięty i przyklejony do obudowy. Ten sam pasek ogranicza skok suwaka.

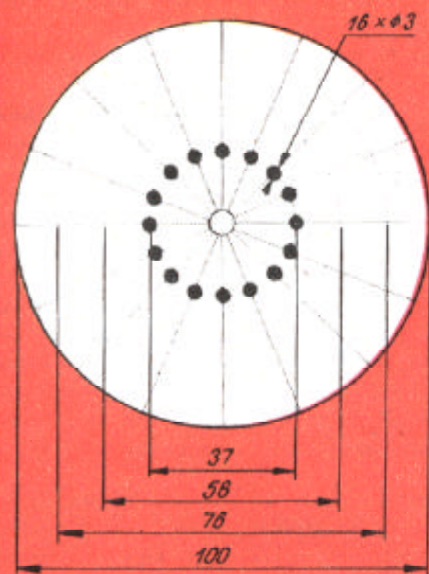
Po wykonaniu wszystkich elementów maszyny możemy przystąpić do jej składania. Najpierw wsuniemy osi w otwór tarczy. Do spodniej części obudowy przykręcimy sprężynę zapadki wkrętem M3. Następnie na osi tarczy nałożymy podkładkę dystansową i przykręcimy osi z tarczą do spodniej części obudowy. Zapadka powinna pewnie utrzymywać tarczę we wszystkich szesnastu położeniach. Wierzch obudowy założymy na dolną część obudowy i wytniemy okienka do odczytu. W okienkach powinny pojawiać się oznakowania tarczy. Po zaskoczeniu zapadki powinny być widoczne tylko dwie liczby lub liczba i czerwone pole. Mając wycięcie okienka w obudowie przystępujemy do zamocowania suwaka paskiem brystolu. Następnie umocujemy do obudowy rozciągniętą gumkę modelarską. Środek gumki zaczepimy o szpilkę wtopioną w suwak. Okienko w suwaku powiększymy pilnikiem iglakiem do wymiarów okienka w obudowie. Suwak w pozycji spoczynkowej powinien całkowicie zasłaniać okienko „Decyzja” – po jego wcisnięciu okienko musi się całkowicie pokryć z okienkiem w obudowie.

Partię z maszyną rozgrywamy według reguł omówionych w części wstępnej. Ustalamy, że przeciwnik maszyny wybiera liczbę – maszyna wybiera kolejność ruchu.

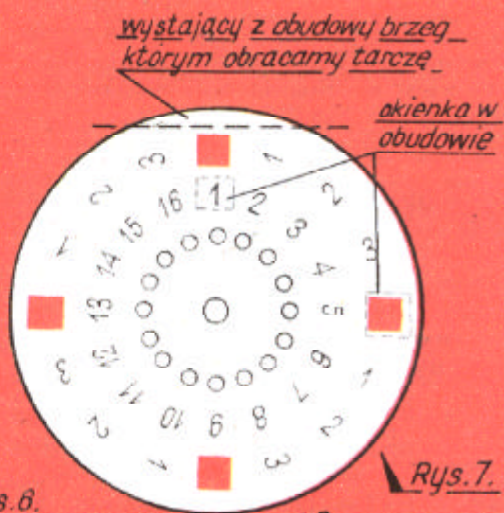
Gra przebiega następująco: Wybieramy żądaną liczbę przez obrót tarczy. Odczytu dokonujemy w górnym okienku. Następnie weiskamy suwak. Założymy, że pojawiło się czerwone pole, które oznacza ruch dla partnera maszyny. Wykonujemy swój ruch, odejmując jeden, dwa lub trzy (po zwolnieniu suwaka). Znowu weiskamy suwak i odczytujemy decyzję maszyny. Zwalniamy suwak i wykonujemy decyzję maszyny, odejmując liczbę wskazaną przez obrót tarczy. Znowu weiskamy suwak – pojawia się czerwone pole – ruch dla nas! Zwalniamy suwak, wykonujemy swój ruch itd. Kto staje przed stanem – jeden i musi wykonać ruch, ten przegrywa!

Jeżeli po wybraniu przez nas liczby i naciśnięciu suwaka, maszyna decyduje się wykonać ruch pierwsza, przez wskazanie konkretnej liczby, wykonujemy decyzję maszyny. Następnie naciskamy

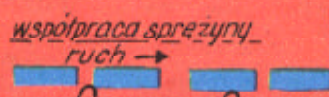
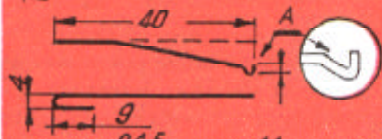




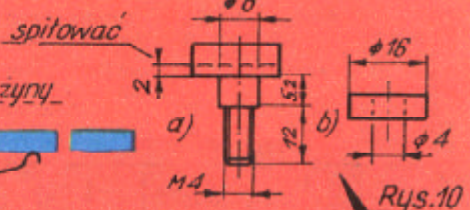
Rys. 6.



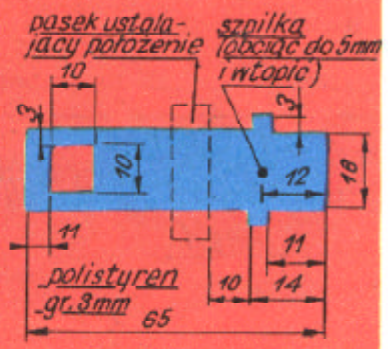
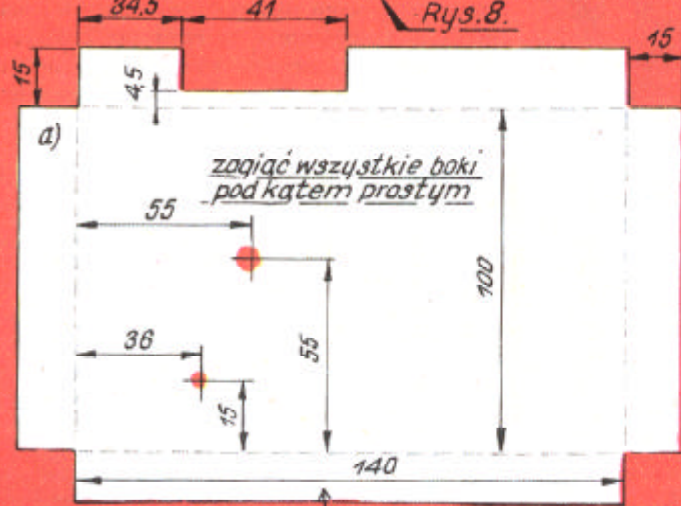
Rys. 7.



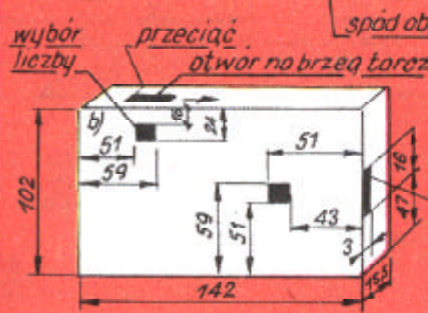
Rys. 8.



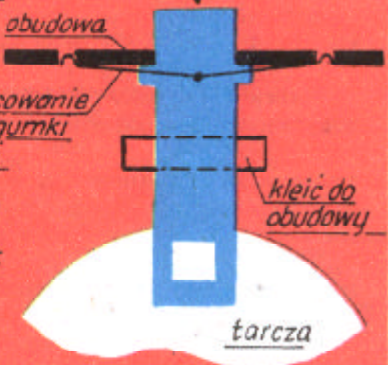
Rys. 10



Rys. 11.



Rys. 9.



powtórnie suwak – widzimy czerwone pole – ruch dla nas. Zwalniamy suwak, wykonujemy przysługujący nam ruch itd. aż do zakończenia partii.

Jak widać, maszyni automatycznie podejmuje decyzję w grze. Przeciwnik maszyny musi tę de-

cyzję wykonać za maszynę. Jest to jednak tylko czynność manualna!

Opis budowy maszyny elektrycznej zamieścimy w jednym z następnym numerów.

**Włodzimierz Augustyniak**

---